Correction du devoir maison n° 7

1) ABCD est un carré donc le triangle PCN est un triangle rectangle en C et donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$PN^2 = PC^2 + CN^2$ or $PC = AM = x$ (d'après le codage) et $CN = CB - NB$
$= 20 - x$

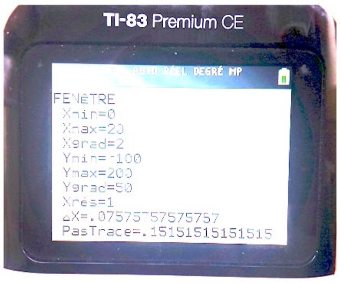
D'où $PN^2 = x^2 + (20-x)^2$ et l'aire du carré MNPQ $= PN^2$

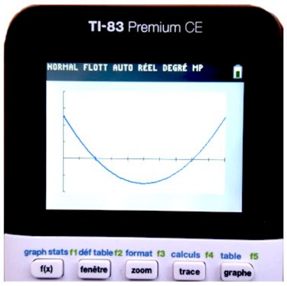
Soit $\mathcal{A}_{MNPQ} = x^2 + (20-x)^2 = x^2 + 400 - 40x + x^2 = 2x^2 - 40x + 400$.

$$S(x) = 2x^2 - 40x + 400 \text{ cm}^2$$

2) $S(x) > 272 \iff 2x^2 - 40x + 400 > 272 \iff 2x^2 - 40x + 400 - 272 > 0$
$\iff 2x^2 - 40x + 128 > 0.$

3) a)





b) Le problème étant de déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire du carré MNPQ dépasse 272 cm², ce qui correspond aux solutions de l'inéquation $S(x) > 272$. Or d'après le 2) $S(x) > 272 \iff 2x^2 - 40x + 128 > 0$ et d'après la calculatrice $2x^2 - 40x + 128 > 0$ pour $x \in [0;4[\cup]16;20]$

<u>Conjecture</u> : Les solutions du problème sont les valeurs de x telles que
$x \in [0;4[\cup]16;20]$.

4) a) $(8-2x)(16-x) = 128 - 8x - 32x + 2x^2 = 2x^2 - 40x + 128$

b) $(8-2x)(16-x) = 0 \iff 8 - 2x = 0$ ou $16 - x = 0 \iff x = 4$ ou $x = 16$

D'où le tableau de signe de $(8-2x)(16-x)$ sur $[0;20]$:

x	0		4		16		20
signe de $8-2x$		+	0	−		−	
signe de $16-x$		+		+	0	−	
signe de $(8-2x)(16-x)$		+	0	−	0	+	

D'où $(8-2x)(16-x) < 0$ sur $]4;16[$ et $(8-2x)(16-x) \geq 0$ sur $[0;4] \cup [16;20]$.

or d'après le 4) a) $(8-2x)(16-x) = 2x^2 - 40x + 128$ et d'après le 2) $2x^2 - 40x + 128 > 0$ est équivalente à $S(x) > 272$ donc les solutions du problème sont : $S = [0;4[\cup]16;20]$